

## **BAB II**

### **KAJIAN PUSTAKA**

#### **2.1 Metakognisi**

##### **2.1.1 Definisi Metakognisi**

Metakognisi memiliki asal kata dari bahasa Inggris *metacognition*, yang merupakan rangkaian dari meta serta kognisi. Meta ini merupakan bahasa Yunani yang disetarakan dengan *beyond*, *after*, serta *with* yang merupakan prefix serta dipakai dalam menunjukkan abstrak sebuah konsep. Menurut Wikipedia Free Encyclopedia (Kuntjojo, 2009). *Cognition* memiliki bahasa Latin *cognoscere* yang menjelaskan mengenai cara dalam mengetahui serta mengenal. Kognisi juga dikenal sebagai gejala dalam mengenalkan suatu abstrak, atau tindakan maupun proses yang mencakup kesadaran dan pertimbangan.

Metakognisi ini dikenalkan pertama kali oleh John Flavell ditahun 1976 (Mahromah, 2012). Flavell sendiri menjelaskan jika metakognisi merupakan usaha sadar dari seorang siswa, bagaimana cara mereka mempertimbangkan berbagai hal, serta mengontrol proses dan strategi kognisi yang dimilikinya. Metakognisi berperan untuk mempelajari matematika serta diperlukan siswa ketika sedang memecahkan permasalahan matematika. Berdasarkan itu, metakognisi dikenalkan sebagai kesadaran siswa (*awareness*), tindakan untuk mempertimbangkan (*consideration*), serta mengontrol dan mengendalikan strategi maupun proses kognitif yang dimilikinya.

Wells (Dahlan 2015), menjelaskan jika "*metacognition is cognition applied to cognition.*" Metakognisi sendiri merupakan bentuk pemikiran yang diimplementasikan didalam pemikiran seseorang. Singkatnya, metakognitif merupakan cara berpikiran dalam membuat suatu pemikiran. Welman (Mulbar, 2008: 4) menjelaskan jika "*Metacognition is a form of cognition, a second or higher order thinking process which involves active control over cognitive processes. It can be simply defined as thinking or as a person's cognition about cognition*". Atau yang bisa dijelaskan sebagai metakognisi yang berbentuk kognisi, serta merupakan sebuah proses dalam membuat pemikiran yang melipat

gandakan kekuatan dengan mengendalikan aktivitas kognitifnya. Sehingga metakognisi juga bisa dijelaskan sebagai cara dalam berpikir mengenai pemikiran yang mereka buat sendiri, atau kognisi suatu individu mengenai pembentukan kognisi yang dimilikinya. Hal ini menjelaskan jika metakognitif merupakan sebuah bentuk keilmuan suatu individu mengenai kemampuan yang didapatkannya sendiri ketika mendapatkan informasi, melakukan pengolahan informasi, serta keilmuan yang berkaitan dengan cara mereka berpikir maupun membuat strategi atas persoalan yang sama. Adapun kutipan lengkapnya adalah *“of their own information-processing skills, as well as to knowledge about the nature of cognitive tasks, and about strategies for coping with such tasks.”*

Brown & Zohar (Fitri, 2017) menjelaskan jika *“metacognition refers to understanding of knowledge, an understanding that can be reflected in either effective use or overt description of the knowledge in question.”* Metakognitif lebih berkaitan dengan proses untuk memahami suatu informasi dan merefleksikannya dengan memanfaatkan secara efektif dan efisien mengenai ilmu yang didapatkannya. Sehingga metakognitif ini terkait dengan cara seseorang dalam memahami informasi, keilmuan, maupun pengetahuan yang didapatkannya.

Proses untuk memahami yang didapatkan adalah didasarkan dari tindakan seseorang yang merefleksikan diri mereka dan memakai strategi yang efektif maupun mendeskripsikan dengan baik mengenai strategi yang mereka pakai dalam mencari jawaban atas sebuah persoalan. Quirk (Saputra, 2016) juga menjelaskan jika metakognitif bisa dijelaskan sebagai *“the ability to think about one’s thinking and feeling and to predict what others are thinking.”*, atau diterjemahkan sebagai kemampuan suatu individu dalam berpikir mengenai suatu pemikiran serta rasa emosional mereka sendiri dalam memberikan prediksi pada hal yang dipikirkan oleh orang lain.

Selain itu, Schraw & Dennison (Dahlan 2015), menjelaskan jika *“metacognition refers to the ability to reflect upon, understand, and control one’s learning.”* Atau yang bisa diterjemahkan jika metakognisi lebih cenderung mengarahkan pada kemampuan suatu individu dalam memberikan refleksi, pemahaman, serta pengendalian belajar mereka. Mengendalikan pembelajaran ini

bisa berdampak pada tindakan pengendalian apa yang akan dilaksanakan ketika sedang belajar (cara mengaturnya).

Metakognisi juga berorientasi pada keilmuan maupun kesadaran individu terhadap kegiatan kognitif mereka, maupun berbagai hal yang terkait dengan kegiatan kognitif yang dimilikinya menurut Woolfolk (Dahlan, 2015). Singkatnya, metakognisi merupakan keilmuan mengenai proses kognisi. Metakognisi juga dikenal sebagai keilmuan, usaha secara sadar serta bentuk pengendalian dari proses kognisi. Metakognisi ini berperan dalam merepresentasikan kognisi individu, dengan berpedoman pada proses untuk memantau maupun mengendalikan representasi kognisi.

Setelah membaca uraian mengenai pengertian yang dikatakan oleh beberapa ahli, bisa disimpulkan jika metakognisi yang dimaksudkan oleh peneliti merupakan kemampuan suatu individu ketika sedang belajar, terkait dengan hal yang akan dilaksanakan, sesuatu yang tidak diketahui maupun sudah, serta memiliki 3 rangkaian, diantaranya merencanakan sesuatu yang akan dipelajari, cara serta waktu dalam mempelajarinya, memantau proses belajar yang sedang dilaksanakan, dan juga mengevaluasi mengenai apa yang sudah dirancang, dilaksanakan, serta bagaimana hasil yang didapatkan.

Setelah itu peneliti dapat mengidentifikasi pokok-pokok pengertian metakognisi menurut (Parju, 2015) seperti dibawah ini:

1. Metakognisi adalah kemampuan yang dimiliki oleh jiwa seseorang, serta masuk pada kelompok kognisi;
2. Metakognisi adalah kemampuan untuk peka serta tahu mengenai proses kognisi yang ada didalam diri mereka;
3. Metakognisi adalah kemampuan dalam memberikan arahan terhadap proses kognisi yang ada didalam diri mereka;
4. Metakognisi adalah kemampuan untuk belajar tentang yang seharusnya diketahui, serta berkaitan dengan proses untuk merencanakan, memantau, serta mengevaluasi;

5. Metakognisi adalah kegiatan dalam melatih pemikiran dengan tingkatan lebih tinggi, serta kegiatan ini dapat mengendalikan proses berpikir yang sedang terjadi saat ini.

### 2.1.2 Komponen Metakognisi

Flavell (Parju 2014) menjelaskan jika metakognisi terbagi menjadi *metacognitive knowledge* (pengetahuan metakognisi) serta *metacognitive experiences or regulation* (pengetahuan maupun regulasi metakognisi). Pengetahuan metakognisi mengarah pada tingkat keilmuan suatu individu mengenai proses mereka berpikir serta dijadikan sebagai persepsi personal mengenai kemampuan kognitif yang dipunyai. Sedangkan pengalaman metakognitif berkaitan dengan usaha kognitif yang sedang berjalan, serta regulasi metakognisi terkait dengan cara untuk mengendalikan pengalaman kognitif yang dimiliki seseorang serta mempelajarinya dari rangkaian metode yang dapat memudahkan seseorang dalam merencanakan pembelajaran yang mereka inginkan Livingston (Qomariyah 2020).

Menurut Schraw (Kurniawati 2017), adapun 3 keterampilan didalam metakognisi adalah:

- a) *Planning* (Perencanaan), terkait dengan cara memilih strategi yang sesuai dengan diri sendiri serta dapat memberikan pengaruh yang baik pada hasil. Misalnya, dengan memprediksi tahap yang akan dilaksanakan, pembagian waktu, serta menyeleksi beberapa persoalan sebelum menjawab persoalan.
- b) *Monitoring* (Pemantauan), terkait dengan kesadaran individu untuk memahami proses serta menghasilkan solusi atas tugas yang diberikan. Kemampuan ini dilaksanakan dengan berkala ketika belajar.
- c) *Evaluating* (Evaluasi), terkait dengan cara untuk menilai hasil serta tepat tidaknya proses belajar suatu individu. Misalnya melakukan evaluasi mengenai tujuan suatu individu dan menyimpulkan hasilnya.

Anggo (Fitrotul 2020) menjelaskan jika kemampuan metakognisi untuk memecahkan permasalahan terkait dengan merencanakan berbagai hal (*planning*), misalnya menduga hasil dan menjadwalkan strategi, memantau berbagai hal

(*monitoring*) misalnya menguji, merevisi, serta menjadwalkan kembali mengenai strategi yang sedang dilaksanakan, serta memeriksa berbagai hal (*checking*) yang terkait dengan hasil atas strategi yang sudah dilaksanakan dengan mengukurnya berdasarkan tingkat efektifitas dan efisiensinya. Metakognisi adalah kemampuan seseorang agar berada diluar diri mereka, serta melakukan percobaan dalam memahami cara pikir mereka mengenai proses kognitif yang sedang dilaksanakan, serta berkaitan dengan komponen yang sedang direncanakan (*planning*), dikontrol (*monitoring*), serta dievaluasi (*evaluating*) menurut Desmita (2012:133).

Kegiatan perencanaan berkaitan dengan proses pendekatan yang akan diterapkan pada tugas belajar, kegiatan pemantauan berkaitan dengan mengontrol kemampuan siswa, serta kegiatan evaluasi berkaitan dengan mengevaluasi rancangan yang sudah dilaksanakan serta seluruhnya adalah bagian dari sifat dasar metakognisi. Melihat hal tersebut, peneliti menetapkan indikator metakognisi yang dijelaskan oleh Schraw (Kurniawati, 2017) untuk dipakai dalam penelitian ini adalah *planning, monitoring, and evaluating*.

Cohors-Fresenborg dan Kaune (dalam Santoso, 2015) menjelaskan jika komponen metakognisi memiliki 3 aktivitas seperti dibawah ini:

1. Proses dalam membuat perencanaan, dimana hal ini membutuhkan siswa yang dapat memberikan prediksi mengenai hal yang akan mereka pelajari, cara untuk menguasai, kesan yang didapatkan dari masalah yang ditemui, serta menyusun perencanaan yang sesuai dengan masalah yang disajikan, sehingga dapat dipecahkan.
2. Proses dalam melakukan pemantauan, dimana proses ini mengajarkan siswa agar bertanya pada diri mereka mengenai hal yang akan mereka lakukan, pemaknaan masalah yang ditemui, cara menyelesaikannya, serta mengapa mereka tidak dapat paham mengenai persoalan yang dimaksud.
3. Proses merefleksi, dimana proses ini membuat siswa dapat merefleksikan diri mereka, bagaimana bakat, nilai, serta keilmuan yang mereka miliki. Hal ini juga dapat memberikan penjelasan kepada mereka mengenai aktivitas untuk memperbaiki hal-hal yang tidak mereka kuasai dan berusaha menjadi lebih baik.

*North Central Regional Educational Laboratory (NCREL)* (NCERL, 2012) menjelaskan 3 elemen dari metakognisi seperti melakukan pengembangan atas perencanaan tindakan (*developing a plan of action*), memantau perencanaan dari tindakan (*maintaining/monitoring the plan*), serta melakukan evaluasi atas perencanaan tindakan (*evaluating the plan*). NCREL menjelaskan petunjuk dalam melangsungkan 3 elemen tersebut dengan beberapa hal dibawah ini:

1. Memberikan pertanyaan kepada siswa mengenai hal dibawah ini sebelum mereka melakukan pengembangan terkait perencanaan tindakannya:
  - a. Keilmuan apa yang dimiliki untuk menyelesaikan persoalan ini?
  - b. Apa saja petunjuk yang dipakai didalam benaknya?
  - c. Hal apa yang harus dilakukan pertama kali?
  - d. Mengapa membaca pada bagian tertentu?
  - e. Berapa lama waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan tugas yang maksud?
2. Hal yang harus ditanyakan selama setiap murid melakukan perencanaan dan perlu dipantau dengan memberikan pertanyaan pada diri mereka mengenai hal-hal dibawah ini:
  - a. Bagaimana saya akan melaksanakannya?
  - b. Apakah tindakan yang saya ambil benar?
  - c. Langkah yang akan saya ambil selanjutnya apa?
  - d. Apa saja informasi yang perlu saya ingat?
  - e. Apakah saya dapat beralih pada petunjuk lainnya?
  - f. Apakah saya dapat merencanakan permasalahan sesuai dengan prioritas kesulitannya?
  - g. Bagaimana saya mengatasinya jika saya tidak memahaminya?
3. Sesudah setiap murid melangsungkan perencanaan tugas mereka, maka dapat dievaluasi dengan menggunakan beberapa pertanyaan dibawah ini:
  - a. Apakah saya sudah baik dalam melaksanakannya?
  - b. Apakah hal ini berakibat baik ataupun lebih buruk dari hal yang saya pikirkan?
  - c. Apakah saya dapat menyelesaikannya dengan memakai cara yang lain?

- d. Bagaimana proses ini diterapkan pada permasalahan yang berbeda?
- e. Apakah saya dapat kembali pada tugas diawal dalam memenuhi persyaratan masalah yang dihadapi?

Dengan demikian, pengelompokkan oleh Schraw, Anggo, Desmita, Cohors-Frosenborg dan Kaune maupun NCREL memiliki elemen yang spesifik serta terkait dengan aktivitas dalam memecahkan permasalahan. Kegiatan dalam melakukan perencanaan pendekatan yang sesuai dengan soal dalam pembelajaran, memantau kemampuan yang dimiliki, serta melakukan pengevaluasian mengenai rencana yang susah ditetapkan untuk menyelesaikan persoalan adalah sifat dasar metakognisi. Melihat dari uraian tersebut, maka peneliti hanya memakai indikator metakognisi seperti yang dijelaskan oleh Schraw, yang terdiri dari *planning, monitoring, and evaluating*.

## **2.2 Kesadaran Berpikir Metakognisi**

Berpikir adalah kegiatan suatu individu yang terus menerus dilaksanakan. Solso (Parju, 2014) menjelaskan jika berpikir merupakan proses untuk membentuk dan merepresentasikan mental yang baru dengan mentransformasikan sebuah informasi menuju suatu interaksi yang kompleks. Proses berpikir bisa berlangsung apabila suatu individu mendapatkan informasi, melakukan pengolahan, membuat kesimpulan, serta mengingatnya kembali.

Kesadaran memiliki asal kata sadar, memberitahu maupun mengerti. Solso (Parju, 2014) menjelaskan jika kesadaran merupakan suatu keilmuan yang didapatkan atas kejadian maupun rangsangan yang didapatkannya, serta menjadi sebuah memori mengenai hal tersebut dalam cara berpikir dan tindakan. Sedangkan Laurens (Khoiroh, 2012) menjelaskan jika kesadaran berpikir merupakan kesadaran mengenai keilmuan yang dipunyai, serta sadar mereka melaksanakan sebuah tindakan yang sudah dipikirkan berulang kali dan memiliki alasan kuat atas hal tersebut.

Metakognisi juga terkait dengan kesadaran untuk berpikir siswa mengenai pemikiran mereka dalam mencari strategi yang sesuai untuk menyelesaikan permasalahan. Tiap siswa mempunyai kemampuan yang beda ketika sedang

berhadapan dengan masalah. dibawah ini merupakan tingkat kesadaran suatu individu didalam proses berpikir seperti yang dijelaskan oleh Swartz dan Perkins (Parju, 2014) adalah:

a. *Tacit Use*

Adalah jenis berpikir yang menetapkan suatu keputusan tanpa menelaah terlebih dahulu keputusan apa yang diambil. Pada jenis ini siswa hanya memberikan jawaban maupun mencoba untuk menuntaskan permasalahan yang ada.

b. *Aware Use*

Adalah jenis berpikir yang menjelaskan jika individu tersebut sadar mengenai apa yang sedang ia kerjakan, dimana siswa juga sadar sedang mencari hal yang terbaik dalam menyelesaikan permasalahan ini.

c. *Strategic Use*

Adalah jenis berpikir yang menjelaskan jika suatu individu melakukan organisasi terhadap cara berpikirnya dengan menyusun strategi khusus agar mereka dapat berpikir dengan tepat. Dalam hal ini siswa dapat memakai serta sadar jika strategi yang mereka gunakan sudah tepat untuk menyelesaikan permasalahan yang ada.

d. *Reflective Use*

Adalah jenis berpikir yang merefleksikan cara berpikir seseorang dengan memberikan pertimbangan mengenai hal yang didapatkan serta cara menyelesaikannya. Dalam hal ini siswa dapat sadar maupun memperbaiki kesalahan yang telah mereka lakukan.

Sehingga berdasarkan uraian tersebut, bisa ditarik kesimpulan jika kesadaran dalam berpikir merupakan proses mental yang diakibatkan apabila suatu individu paham mengenai sesuatu hal yang sedang mereka pikirkan, serta hal ini juga mencakup keilmuan yang dipunyai maupun sadar mengenai alasan mereka dalam melaksanakannya. Kesadaran berpikir ini terkait dengan metakognisi siswa dalam cara berpikir nya sehingga mereka dapat menggunakan strategi yang sesuai dengan permasalahan yang diberikan.

Adapun tingkat kesadaran berpikir diantaranya *tacit use, aware use, strategic use, and reflective use*.

### **2.3 Pemecahan masalah**

Pemecahan permasalahan dikenali sebagai proses dalam menerima permasalahan serta dijadikan sebagai tantangan dalam menuntaskan permasalahan yang dimaksud (Hudojo, 2015). Pemecahan masalah juga dijelaskan sebagai usaha seseorang maupun sekelompok orang dalam mencari jawaban yang didasarkan atas pemahaman mereka mengenai apa yang sudah terjadi karena dituntut dengan kejadian yang tidak biasa (Shadiq, 2004).

Depdiknas (2006) menjelaskan jika pemecahan permasalahan merupakan kompetensi yang strategis dari seorang siswa untuk memberikan pemahaman pada diri mereka, mencari pendekatan yang sesuai serta strategi dalam memecahkannya, serta menuntaskan model agar masalah yang ada dapat terselesaikan. Sehingga kegiatan pemecahan permasalahan ini memiliki tahapan awal atas dasar keinginan dalam menuntaskan suatu masalah serta diakhiri dengan tahapan penyelesaian atas jawaban yang sudah ditemukan dan menjawab permasalahan yang diajukan.

Polya (1973: 5) menjelaskan jika pemecahan permasalahan merupakan upaya dilaksanakan dalam menemukan sebuah solusi atas adanya masalah, serta tujuan yang ingin dicapai tidak semulus itu dalam mencapainya. Polya (Parju, 2014) juga mengemukakan solusi dalam memecahkan permasalahan memuat 4 tahapan fase penyelesaian diantaranya:

- 1) Paham mengenai permasalahan yang diangkat. Siswa diharuskan untuk memahami masalah yang disajikan. Adapun pertanyaan yang diajukan harus dipahami terlebih dahulu. Apabila belum, maka siswa dapat membacanya terus menerus sehingga memahami hal yang mereka pahami dan menanyakan hal yang mereka tidak pahami, kemudian siswa dapat mengkorelasikannya pada sesuatu yang terkait dengan permasalahan agar dapat menemukan solusi yang dimaksud. Sehingga siswa yang dapat menjelaskan mengenai hal yang mereka pahami serta ingin menanyakan hal yang tidak mereka ketahui

merupakan siswa yang dikatakan sudah memahami persoalan yang sedang dihadapi.

- 2) Melakukan perencanaan terhadap pemecahan. Hal ini merupakan aktivitas dalam menemukan ide yang bisa dipakai dalam membuat rancangan strategi yang dipakai dalam menyelesaikan suatu permasalahan. Atas dasar hal ini, maka siswa dapat mengkorelasikan hal yang dipahami dan sesuatu yang menjadi pertanyaan didalam persoalan yang disajikan.
- 3) Melaksanakan perencanaan yang sudah disusun. Tahapan ini lebih berkaitan pada implementasi rencana pemecahan masalah. Pada tahapan kali ini tiap murid diharuskan untuk melakukan pengembangan terhadap perencanaan permasalahan yang sudah dituliskan, dengan melakukan pengecekan terhadap langkah yang dipakai, memperhitungkan cara yang dipakai, serta melakukan koreksi ulang maupun memperbaiki kesalahan yang telah diperbuat.
- 4) Melakukan pemeriksaan kembali mengenai proses serta hasil. Hal ini perlu dilakukan agar memperkuat keilmuan yang dimiliki serta melakukan pengembangan terhadap kemampuan yang didapatkan dalam melakukan pemecahan terhadap suatu permasalahan. Biasanya tahapan ini memberikan kesimpulan akhir untuk dijadikan sebagai jawaban mengenai permasalahan yang disajikan, dan biasanya memakai kata “jadi”. “Jadi” ini mengindikasikan jika tiap siswa dapat melakukan pengecekan atas jawaban yang sudah didapatkan.

Dalam hal ini peneliti menggunakan model Polya karena banyak dipilih oleh para peneliti dan cocok dengan penelitian ini, berdasarkan berbagai pertimbangan yaitu, tahapan model Polya sudah menggambarkan tahapan pemecahan masalah, tahapan yang sederhana jelas dan mudah dipahami dan menunjukkan keterkaitan antara proses kognisi dengan pengalaman metakognisi. (Chairani, 2016)

#### **2.4 Metakognisi Pemecahan Masalah Matematika**

Berdasarkan penjelasan tersebut, bisa dijelaskan bahwa metakognisi siswa meliputi usaha secara sadar mengenai kegiatan kognitif yang sedang dilakukan,

maupun seluruh hal yang berkaitan dengan aktivitas kognitif mereka untuk melakukan pemecahan terhadap sebuah permasalahan. Komponen metakognisi siswa terkait dengan merencanakan, memantau, serta melakukan evaluasi atas masalah yang ingin dipecahkan.

Sehingga metakognisi siswa berperan dalam menemukan solusi dan melakukan pemecahan atas permasalahan yang disajikan. Dikhususkan untuk melakukan pengaturan serta pengendalian kegiatan kognitif siswa dalam menyelesaikan permasalahan matematika. Hal ini juga dapat berdampak terhadap pembelajaran maupun cara berpikir yang dilaksanakan siswa untuk menyelesaikan permasalahan matematika agar lebih efisien serta efektif.

Indikator yang dipakai dalam melakukan pengukuran metakognisi siswa untuk melakukan penyelesaian permasalahan matematika berdasarkan indikator metakognisi yaitu perencanaan, pemantauan, dan evaluasi. Dapat dikatakan jika kemampuan metakognisi ini berkembang melalui pelatihan metakognisi yang didasarkan dari pendekatan Polya, dengan memberikan pemahaman atas suatu permasalahan, melakukan perencanaan terhadap pemecahan, serta melangsungkan perencanaan kemudian melakukan pemeriksaan ulang mengenai proses dan hasil.

Pada penelitian ini, pengukuran terhadap kemampuan metakognisi didapatkan atas jawaban tes serta wawancara secara lebih detail. Siswa dapat menyelesaikan persoalan matematika matriks, kemudian dilakukan wawancara secara mendalam dengan menggunakan perwakilan murid yang berdasarkan hasil tes digunakan dalam mengamati kemampuan metakognisinya. Tahapan ini juga mengukur aktivitas metakognisi yang dijadikan indikator, serta mengarah pada tahapan untuk memecahkan masalah seperti yang dijelaskan oleh Polya.

Indikator proses metakognisi dalam melakukan pemecahan masalah dengan didasarkan dari tahapan pemecahan permasalahan Polya yang dipakai dalam penelitian ini adalah (Lestari 2012):

Tabel 2.1  
Indikator Metakognisi dalam Pemecahan Masalah

No	Langkah Pemecahan Masalah Polya	Indikator Metakognisi Pemecahan Masalah
1.	Memahami masalah ( <i>understanding the problem</i> )	<p><b>Perencanaan (<i>Planning</i>)</b> Berpikir mengenai hal yang harus dilaksanakan dalam mendalami permasalahan yang ada, seperti:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Berpikir agar dapat memahami sesuatu yang diketahui.</li> <li>b. Berpikir agar dapat memahami hal yang ingin dipertanyakan.</li> <li>c. Berpikir agar dapat mendefinisikan maksud permasalahan yang ada.</li> <li>d. Berpikir agar dapat menjelaskan masalah yang ada dengan menggunakan bahasa pemahaman sendiri.</li> </ul> <p><b>Pemantauan (<i>Monitoring or Regulating</i>)</b> Melakukan pemantauan mengenai cara yang dipakai untuk mendalami suatu permasalahan seperti:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Mempertanyakan pada diri sendiri mengenai hal yang di ketahui mengenai permasalahan yang dimaksud.</li> <li>b. Mempertanyakan pada diri sendiri mengenai pertanyaan didalam soal yang dimaksud.</li> <li>c. Mempertanyakan pada diri sendiri mengenai tujuan dari pemberian soal.</li> <li>d. Melakukan pemantauan pada kalimat yang dipakai untuk menjelaskan ulang mengenai persoalan yang tidak keluar serta tujuan adanya soal tersebut.</li> </ul> <p><b>Evaluasi (<i>Evaluation</i>)</b> Melakukan pemeriksaan ulang agar dapat mendalami</p>

		<p>lebih jauh mengenai permasalahan yang ada seperti:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Menetapkan bahwa data yang sudah didapatkan (terkait dengan pengetahuan yang dimiliki) sudah benar adanya.</li> <li>Menetapkan jika data yang didapatkan (mengenai sesuatu yang menjadi pertanyaan) telah benar adanya.</li> <li>Menetapkan jika data mengenai tujuan dari adanya soal sudah benar adanya.</li> <li>Menetapkan jika pertanyaan yang sudah diciptakan sendiri telah sama dengan tujuan dari pengadaan soal tersebut.</li> </ol>
2,	<p>Merencanakan pemecahan (<i>devising a plan</i>)</p>	<p><b>Perencanaan (<i>Planning</i>)</b></p> <p>Berpikir mengenai hal yang dilaksanakan apabila sudah menyelesaikan rencana penyelesaian seperti:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Berpikir dalam menemukan korelasi diantara data yang menjadi pertanyaan.</li> <li>Berpikir untuk menemukan rumus yang dapat dipakai dalam menyelesaikan masalah.</li> <li>Berpikir mengenai cara yang bisa dipakai dalam menyelesaikan persoalan yang hampir sama, serta mengamati alur untuk menyelesaikannya agar dapat dibandingkan.</li> <li>Berpikir mengenai keilmuan yang cocok serta dapat memudahkan dalam menemukan pemecahan suatu permasalahan.</li> </ol> <p><b>Pemantauan (<i>Monitoring</i>)</b></p> <p>Melakukan pemantauan didalam aktivitas untuk merencanakan penyelesaian seperti:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Melakukan serta mempertanyakan pada diri sendiri</li> </ol>

		<p>mengenai korelasi diantara data serta pertanyaan.</p> <p>b. Menetapkan rumus yang akan dipakai untuk menyesuaikan data yang sudah didapatkan.</p> <p>c. Melakukan pengamatan pada beberapa tahapan untuk menyelesaikan persoalan yang hampir sama.</p> <p>d. Mempertanyakan pada diri sendiri mengenai keilmuan dasar yang bisa dipakai.</p> <p><b>Evaluasi (<i>Evaluation</i>)</b></p> <p>Melakukan pemeriksaan pada tahapan untuk melakukan penyusunan perencanaan seperti:</p> <p>a. Menetapkan jika korelasi diantara data serta pertanyaan benar adanya.</p> <p>b. Menetapkan rumus yang paling sesuai dengan pertanyaan.</p> <p>c. Menetapkan tahapan yang digunakan bisa diimplementasikan pada soal serupa.</p> <p>d. Menetapkan keilmuan dasar mengenai hal yang dipakai untuk menemukan pemecahan terhadap suatu permasalahan.</p>
3.	Melaksanakan rencana pemecahan masalah ( <i>carrying out the plan</i> )	<p><b>Perencanaan (<i>Planning</i>)</b></p> <p>Berpikir mengenai cara yang dipakai dalam memecahkan suatu permasalahan dengan memanfaatkan rencana yang sudah disusun seperti:</p> <p>a. Berpikir akan melakukan tahapan untuk menyelesaikannya.</p> <p>b. Berpikir agar dapat melaksanakan perbaikan jika menemukan kesalahan.</p> <p><b>Pemantauan (<i>Monitoring</i>)</b></p> <p>Melakukan serta mengawasi tahapan penyelesaian yang didasarkan atas perencanaan yang sudah dibuat, seperti diantaranya:</p>

		<p>a. Mempertanyakan pada diri sendiri mengenai tahapan yang dipakai dalam menyelesaikan permasalahan.</p> <p>b. Melakukan serta mengawasi tahapan perbaikan yang sedang dilaksanakan apabila ditemukan kesalahan.</p> <p><b>Evaluasi (<i>Evaluation</i>)</b></p> <p>Melakukan pemeriksaan mengenai tahapan yang dilaksanakan dengan perencanaan yang dirancang, seperti diantaranya:</p> <p>a. Menetapkan tahapan penyelesaiannya.</p> <p>b. Menetapkan jika perbaikan yang sudah dilaksanakan sudah sama dan dapat memberikan perbaikan pada kesalahan yang timbul.</p>
4.	<p>Memeriksa kembali proses dan hasil (<i>looking back</i>)</p>	<p><b>Perencanaan (<i>Planning</i>)</b></p> <p>Berpikir serta melakukan pemeriksaan mengenai keseluruhan tahapan yang sedang dilaksanakan, seperti:</p> <p>a. Berpikir mengenai pemeriksaan atas hasil yang sudah didapatkan.</p> <p>b. Berpikir mengenai pemeriksaan yang sudah didapatkan apakah hasilnya sudah sesuai dengan pertanyaan.</p> <p>c. Berpikir mengenai perbaikan yang harus dilakukan apabila ada sebuah kesalahan.</p> <p>d. Berpikir mengenai cara alternatif dalam menyelesaikan sebuah permasalahan.</p> <p><b>Pemantauan (<i>Monitoring</i>)</b></p> <p>Melakukan pemantauan pada tahapan pemeriksaan ulang mengenai:</p> <p>a. Melakukan pemeriksaan pada hasil yang sudah</p>

		<p>didapatkan.</p> <p>b. Melakukan pemeriksaan mengenai kesesuaian hasil yang sudah didapatkan.</p> <p><b>Evaluasi (<i>Evaluation</i>)</b></p> <p>Melakukan pemeriksaan mengenai tahapan pemeriksaan ulang apakah sudah benar seperti:</p> <p>a. Menetapkan jika hasil pemeriksaaan mengenai hasil penyelesaian telah benar adanya.</p> <p>b. Menetapkan jika hasil yang didapatkan telah sama dengan pertanyaan.</p> <p>c. Menetapkan jika perbaikan yang sudah dilaksanakan dapat memberikan perbaikan mengenai kesalahan yang timbul.</p> <p>d. Menetapkan cara alternatif yang bisa dilaksanakan untuk menyelesaikan suatu persoalan.</p>
--	--	---

## 2.5 Materi Matriks

### 1. Pengertian Matriks

Matriks merupakan bilangan yang tersusun dalam bentuk persegi maupun persegi panjang serta ditata berdasarkan baris beserta kolom, kemudian penempatannya menggunakan tanda kurung “()” maupun kurung siku “[ ]”, (Sutrisna-Slamet Waluyo, 2016).

Berikut beberapa pengertian dalam matriks:

#### a) Baris

Baris merupakan bilangan yang tersusun secara datar atau horizontal di dalam matriks.

#### b) Kolom

Kolom merupakan bagian yang tegak vertikal di dalam matriks.

#### c) Elemen atau Unsur

Elemen atau unsur merupakan bilangan yang telah tersusun didalam matriks yang dimaksud.

$$\text{Contoh : } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 2 & 4 \\ 4 & -2 & 1 \\ 6 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

1) Baris-baris beserta elemen-elemen matriks  $A$  adalah :

Baris pertama elemen-elemen 2, 1, dan 5.

Baris kedua elemen-elemen -3, 2, dan 4.

Baris ketiga elemen-elemen 4, -2, dan 1.

Baris keempat elemen-elemen 6, -3, dan 2.

2) Kolom-kolom beserta elemen-elemen dari matriks  $A$  adalah :

Kolom pertama elemen-elemen 2, -3, 4 dan 6

Kolom kedua elemen-elemen 1, 2, -2 dan -3

Kolom ketiga elemen-elemen 5, 4, 1 dan 2

Ordo merupakan total dari elemen matriks maupun perkalian diantara baris serta kolom.

$$\text{Contoh : } A = \begin{pmatrix} 17 & 13 & 15 \\ 16 & 15 & 1 \end{pmatrix}$$

Baris matriks  $A$  merupakan 2 serta total kolomnya sejumlah 3. Sehingga matriks  $A$  memiliki ordo  $2 \times 3$  serta notasinya dijelaskan sebagai :  $A_{2 \times 3}$ . ( Wirodikromo, 2007:72-75).

2. Bentuk matriks adalah:

1. Matriks nol, merupakan matriks yang keseluruhan dari elemen didalamnya merupakan bilangan 0.
2. Matriks baris, merupakan matriks yang mempunyai 1 baris, serta memiliki ordo  $1 \times j$ .
3. Matriks kolom, merupakan matriks yang mempunyai 1 kolom, serta memiliki ordo  $i \times 1$ .

4. Matriks persegi, merupakan matriks dengan total barisnya sama dengan total kolomnya, serta memiliki ordo  $i \times i$ .
5. Matriks diagonal, merupakan matriks persegi dengan keseluruhan elemen yang terkandung adalah 0, **kecuali** didalam diagonal utama.
6. Matriks segitiga atas, merupakan matriks persegi dengan keseluruhan elemennya **di bawah** diagonal utama merupakan 0.
7. Matriks segitiga bawah, merupakan matriks persegi dengan keseluruhan elemennya **di atas** diagonal utama merupakan 0.
8. Matriks identitas, merupakan matriks persegi dengan memiliki elemen di dalam diagonal utama dengan bilangan 1, serta elemen lain merupakan 0.

Contoh jenis-jenis matriks:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ adalah matriks nol.}$$

$$B = (1 \quad 2 \quad -1) \text{ adalah matriks baris}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ adalah matriks kolom}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} \text{ adalah matriks persegi}$$

$$E = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \text{ adalah matriks diagonal}$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ adalah matriks segitiga atas}$$

$$G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ 11 & 8 & 5 \end{pmatrix} \text{ adalah matriks segitiga bawah}$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ adalah matriks identitas}$$

Kedua matriks bisa dinyatakan sama ( $A=B$ ) jika memiliki ordo yang sama serta elemen yang ada diletakkan bersamaan atau bersesuaian dan besarnya juga sama, (Adha, 2021).

### 3. Operasi Matriks

Operasi matriks terdiri dari :

#### 1. Penjumlahan Matriks

Kedua matriks  $A$  serta matriks  $B$  bisa dilakukan penjumlahan apabila ordo matriks  $A$  sama dengan ordo matriks  $B$ . Melakukan penjumlahan matriks  $A$  dengan matriks  $B$  dapat dilaksanakan dengan menjumlahkan elemen dari matriks  $A$  dengan elemen matriks  $B$  yang letaknya sesuai. Jika matriks  $A$  serta matriks  $B$  memiliki ordo yang saling bertolak belakang, maka penjumlahan ini tidak bisa dilanjutkan.

**Contoh:**

Diketahui matriks  $A = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$

Tentukan jumlah matriks  $A$  dan matriks  $B$ !

**Jawab:**

$$A + B = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 + 2 & 4 + 3 \\ 5 + 1 & 8 + (-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 7 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan penjumlahan tersebut, maka soal yang diambil adalah  $A + B = B + A$ . Sehingga bisa dinyatakan jika penjumlahan matriks juga menganut sifat asosiatif penjumlahan dengan  $(A + B) + C = A + (B + C)$ . (Wirodikromo, 2007:83).

#### 2. Pengurangan Matriks

Apabila  $A$  dan  $B$  merupakan kedua matriks yang memiliki ordo sama, maka hasil dari  $A$  dan  $B$  yang dioperasionalkan dengan pengurangan sama dengan melakukan penjumlahan matriks  $A$  dengan matriks negatif (lawan)  $B$ , yang dijelaskan seperti dibawah ini:

$$A - B = A + (-B).$$

**Contoh:**

Jika  $P = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$  dan  $Q = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$ , maka tentukan  $P - Q$ !

**Jawab:**

$$P - Q = P + (-Q) = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 5 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

(Wirodikromo, 2007:85).

### 3. Perkalian Matriks

#### 1. Perkalian Skalar dengan Matriks

Apabila  $k$  merupakan bilangan real serta  $A$  merupakan matriks, maka  $kA$  merupakan matriks yang didapatkan dari perkalian  $k$  (bilangan skalar) pada tiap elemen matriks  $A$ .

**Contoh:**

Apabila  $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ , tentukan nilai dari  $2A$  !

**Jawab:**

$$2A = 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

#### 2. Perkalian Matriks dengan Matriks

Kedua matriks  $A$  dan  $B$  bisa dilakukan operasionalisasi perkalian apabila total kolom matriks  $A$  sama dengan total baris matriks  $B$ . Hasil yang didapatkan merupakan matriks baru dengan ordo serta total baris matriks  $A$  dikalikan total kolom matriks  $B$ . Serta bisa dituliskan sebagai berikut :

$$A_{m \times p} \times B_{p \times n} = C_{m \times n}$$

Cara mengalikan kedua matriks tersebut adalah dengan jalan mengalikan setiap baris pada matriks  $A$  dengan setiap kolom pada matriks  $B$ , kemudian dijumlahkan.

**Contoh:**

Jika  $A = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ , tentukan  $A \times B$  !

**Jawab:**

$$A \times B = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = (a \times c + b \times d) = (ac + bd)$$

(Wirodikromo, 2007:87).