

BAB 2

KAJIAN PUSTAKA

2.1. Landasan Teori

2.1.1. Pemahaman Konsep

Bagi siswa salah satu hal yang pentingnya adalah pemahaman konsep, peran penting dalam pemahaman konsepnya adalah untuk mengukur penguasaan dan pengetahuan siswa terhadap suatu materi (Trapsilasiwi dkk., 2018). Menurut Aning dkk (2019), pemahaman konsep ialah keahlian dalam mengartikan suatu konsep yang sudah didapatkan didasarkan kemampuan diri yang kemudian dapat mempresentasikan ulang konsep tersebut. Sejalan dengan pendapat Sholihah & Mubarak (2016), kemampuan siswa dalam memahami suatu konsep dalam matematika termasuk kemampuan menerjemahkan, mengenali, dan memperluas makna yang sudah diketahui adalah pemahaman konsep.

Adapun indikator pemahaman konsep matematika menurut Friantini & Winata (2019), antara lain yaitu: (1) Kemampuan untuk merestrukturisasi kembali konsep yang telah dipelajari; (2) Kemampuan untuk mengelompokkan objek berdasarkan jenisnya sesuai konsep yang dikuasai; (3) Kemampuan untuk memberikan contoh serta bukan contoh dari konsep tertentu; (4) Kemampuan untuk menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis; (5) Kemampuan untuk menggunakan, memanfaatkan, dan menentukan prosedur atau operasi tertentu; (6) Kemampuan untuk menerapkan konsep dalam situasi nyata atau berbeda; (7) Kemampuan untuk mengidentifikasi syarat-syarat yang diperlukan dan cukup untuk sebuah konsep. Dari uraian di atas dapat disimpulkan pemahaman konsep merupakan hasil dari proses kemampuan diri siswa dalam menerjemahkan, mempresentasikan ulang, menunjukkan

contoh serta bukan contohnya, dan mampu menerapkan diberbagai hal terhadap materi yang sudah diterima.

Pemahaman dalam konsep matematika berdasarkan teori APOS adalah konstruksi atau rekonstruksi mengenai objek matematika yang terlibat dalam tindakan-tindakan, proses-proses, dan objek-objek matematika yang kemudian diatur dalam suatu pola pikir atau skema untuk menyelesaikan persoalan matematika (Sholihah & Mubarak, 2016). Menurut Natalia dkk. (2017), suatu skema matematika itu terkait dengan gabungan dari rangkaian tindakan, proses, objek, serta skema (pola pikir) yang telah dibangun sebelumnya, yang kemudian digabungkan untuk membentuk struktur matematis yang digunakan dalam suatu permasalahan. Artinya, pemahaman seseorang didapatkan dari menggabungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan sebelumnya.

Adapun indikator pemahaman konsep berdasarkan teori APOS menurut Ngadas dkk (2019) dapat dilihat pada Tabel 2.1.1.

Tabel 2.1 1 Indikator Pemahaman Konsep

Tahapan APOS	Indikator Pemahaman Konsep	Pencapaian
Aksi	Menyatakan ulang sebuah konsep.	Kemampuan siswa dalam menyatakan ulang sebuah konsep yaitu kemampuan siswa dalam mengungkapkan kembali apa yang telah diberitahukan kepadanya berupa lisan atau tulisan. Contoh siswa dapat menjelaskan konsep dari perbandingan trigonometri dan rumus dari perbandingan trigonometri

Proses	Menerapkan atau menentukan tahapan penyelesaian serta dapat mengidentifikasi dengan benar.	Kemampuan siswa dalam menerapkan atau menentukan tahapan atau langkah – langkah penyelesaian serta dapat mengidentifikasi yaitu kemampuan mereka untuk menyelesaikan soal dengan langkah penyelesaian yang tepat serta mengidentifikasi dengan tepat.
Objek	Mengklasifikasikan objek sesuai dengan sifatnya	Kemampuan siswa dalam mengklasifikasikan objek yang didasari dari sifat-sifat tertentu sesuai dengan konsepnya yaitu kemampuan mereka untuk mengelompokkan objek berdasarkan jenisnya serta berdasarkan sifat-sifat yang terkait dengan materi tertentu.
Skema	Mengaplikasikan konsep atau algoritma dalam penyelesaian masalah	Kemampuan siswa dalam menerapkan konsep atau algoritma dalam menyelesaikan masalah yaitu kemampuan mereka untuk menggunakan konsep dan prosedur dalam menyelesaikan soal.

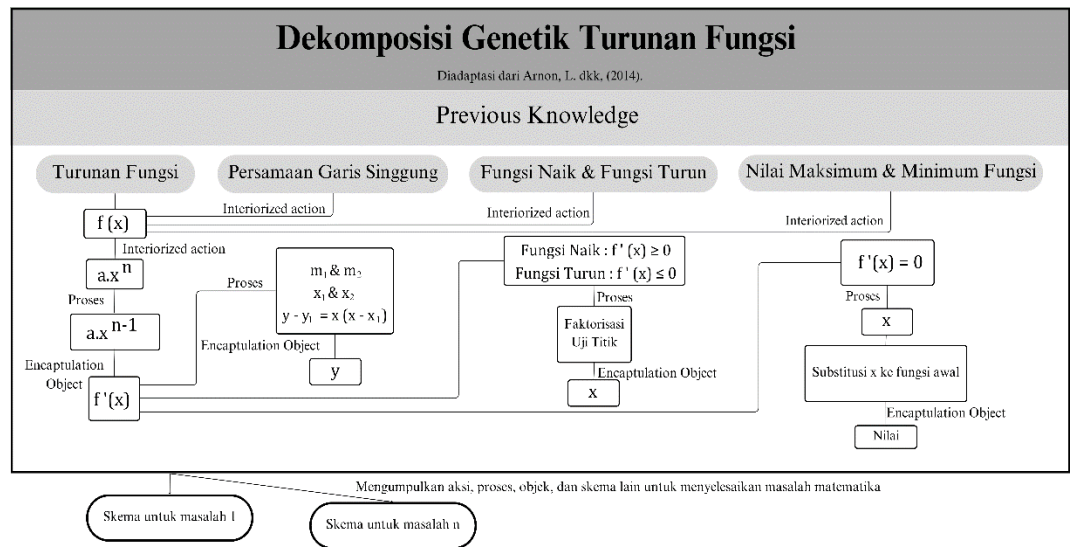
Berdasarkan Tabel 2.1.1. di atas dalam penelitian ini, pemahaman konsep merujuk pada kemampuan siswa dalam membangun dan mengonstruksi kembali tindakan, proses, dan objek matematika, serta mengatur semuanya dalam sebuah skema. Selanjutnya, pemahaman tersebut diterapkan untuk menyelesaikan masalah terkait konsep turunan fungsi. Tahapan APOS digunakan sebagai indikator untuk mencapai

pemahaman konsep, sehingga hasil siswa dapat dianalisis berdasarkan pencapaian indikator tersebut.

2.1.2. Dekomposisi Genetik

Pemahaman konsep siswa mengenai turunan fungsi aljabar yang didasari dari teori APOS dapat dioperasionalkan melalui analisis dekomposisi genetik. Dekomposisi genetik ialah serangkaian kegiatan mental terstruktur yang mana dilaksanakan oleh manusia dalam mengartikan konsep atau prinsip matematika berkembang dipikirkannya (Herawaty dkk, 2020). Sejalan dengan pendapat Arnon dkk (2014) Dekomposisi genetik ialah suatu model hipotetis yang menjabarkan struktur serta mekanisme mental yang kemungkinan harus dirancang oleh siswa saat belajar konsep matematika. Model ini umumnya dikembangkan sebagai hipotesis berdasarkan pengalaman peneliti dalam belajar dan mengajar konsep, pengetahuan mereka tentang Teori APOS, pemahaman matematika, penelitian terdahulu tentang konsep, dan sejarah perkembangan konsep tersebut. Sebelum diuji secara eksperimental, dekomposisi genetik adalah sebuah hipotesis yang dikenal sebagai prakiraan awal.

MR dkk (2017) mengatakan bahwa analisis dekomposisi genetik merupakan analisis yang berfokus pada dekomposisi genetik berdasarkan aktivitas, proses, objek, dan skema (APOS) yang dikerjakan oleh tiap-tiap orang dalam menyelesaikan suatu persoalan. Selanjutnya, contoh dekomposisi genetik yang diadaptasi dari Arnon dkk (2014), dapat dilihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2. 1 Dekomposisi Genetik Turunan Fungsi

Gambar 2.1 menunjukkan Pemahaman suatu konsep atau prinsip matematika dimulai dengan memanipulasi objek fisik atau mental yang sebelumnya telah dikonstruksi, membentuk tindakan. Kemudian, tindakan tersebut diinternalisasi menjadi proses yang dienkapsulasi untuk membentuk sebuah objek. Objeknya bisa dideenkapsulasi dalam membentuk proses kembali. Proses kognitif seperti internalisasi, enkapsulasi, dan tematisasi dapat dijelaskan dengan baik melalui teori APOS. Perbedaan antara tindakan dan proses terlihat dari aktivitas prosedural atau pemahaman prosedural. Sementara perbedaan antara proses dan objek terlihat dari pemahaman prosedural dan pemahaman konseptual. Selanjutnya, proses dan objek dapat diorganisasi dalam skema.

Seluruh aktivitas mental dan fisik ini dapat dikumpulkan secara terstruktur dalam dekomposisi genetik. Dekomposisi genetik digunakan sebagai panduan bagi guru dalam merancang instrumen yang diperlukan untuk mencapai pembelajaran yang ideal. Namun, literatur tentang konstruksi model kognitif siswa secara mendalam masih terbatas. (Nurramah dkk., 2022).

2.1.3. Teori APOS

Teori APOS dikenalkan Dubinsky. Menurut Syafri (2017), Teori APOS merupakan teori konstruktivis mengenai kemungkinan terjadinya proses pembelajaran sebuah konsep matematika yang mana bisa diperlukan menjadi sebuah penjelasan secara terperinci mengenai konstruksi mental aksi, proses, objek, dan skema. Fungsinya untuk siswa dalam memahami pembelajaran matematika dan memperbandingkan kemampuan tiap orang dalam mengkonstruksi mental yang sudah dibentuk dalam sebuah konsep matematika. Contohnya terdapat dua siswa yang terlihat menguasai konsep matematika dengan menggunakan teori ini bisa diselidiki lebih lanjut dalam menentukan siapa yang memiliki penguasaan yang lebih baik terhadap konsep matematika. (Safitri, 2017). Dari uraian tersebut bisa ditarik kesimpulan bahwa teori APOS merupakan teori konstruktivis yang diperlukan dalam menganalisis pemahaman siswa terhadap sebuah konsep matematika.

Ada empat tipe struktur mental APOS yang terlibat dalam pemahaman konsep matematika, yakni Tindakan atau aksi (*Action*), Proses (*Process*), Objek (*Object*), dan Skema (*Scheme*). (Cetin & Dubinsky, 2017). Tindakan mengacu dalam pembentukan pemahaman tentang konsep matematika dengan melibatkan perubahan objek sebagai respon yang didasari rangsangan dari luar. Proses ialah bentuk mental yang menerapkan operasi serupa dengan tindakan yang diinternalisasi, namun secara penuh berada dalam pikiran seseorang, memungkinkan untuk membayangkan melaksanakan perubahan tanpa perlu melakukan setiap langkah secara perorangan (Nurrahmah dkk., 2022). Pada saat yang sama, konsepsi objek merujuk pada representasi pemahaman tentang suatu konsep matematis yang merupakan hasil dari penerapan aksi dan proses. Skema konseptual merujuk pada kumpulan aksi, proses, dan objek yang saling terkait satu sama lain (Permatasari & Susanah, 2019). Selanjutnya penjelasan lebih mendalam dari tahapan teori APOS:

1. Aksi (*Action*)

Aksi/tindakan ialah perubahan dari objek-objek yang dipelajari siswa sebagai respons terhadap kebutuhan serta bagian dari luar, secara eksplisit atau memori, serta instruksi bertahap mengenai bagaimana melakukan suatu operasi (Maryono, 2010; Syafri, 2017). Maksud dari transformasi ini yakni suatu reaksi dari luar dimana tahap ini menyediakan detail mengenai langkah-langkah yang perlu dilakukan. Kinerjanya melibatkan aktivitas prosedural yang memerlukan informasi dari luar dalam melakukan prosedurnya dan digabungkan dengan pengetahuan yang telah dipelajari. Berikut ini merupakan gambaran tahap aksi dari hasil penelitian Anggreini (2018), yakni dapat dilihat pada Gambar 2.2.

Soal: Turunan pertama dari $f(x) = 2x^2\sqrt{x}$ adalah...

The image shows a student's handwritten solution for the derivative of $f(x) = 2x^2\sqrt{x}$. The work is as follows:

$$\begin{aligned} 1. a. f(x) &= 2x^2\sqrt{x} = 2x^2 \cdot x^{1/2} \\ &= 2x^{2+1/2} \\ &= 2x^{5/2} \\ &= \frac{5}{2} \cdot 2x^{3/2} = 5x^{3/2} \cdot 5x\sqrt{x} \end{aligned}$$

Annotations on the work:

- A box on the left points to the first line with the text: "Siswa lupa menuliskan simbol $f'(x)$ ".
- A box on the right points to the final line with the text: "Siswa tidak mengetahui aturan atau cara merubahnya".

Gambar 2. 2 Contoh hasil penelitian yang relevan pada tahap aksi

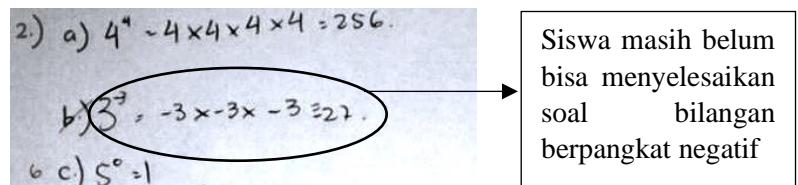
Gambar 2.2 menunjukkan bahwa kesalahan yang dilakukannya yakni tidak menuliskan simbol $f'(x)$ tapi siswa dapat mengetahui yang dimaksud dengan turunannya fungsi. Kesalahan selanjutnya siswa tersebut tidak mengetahui aturan yang dipakai atau cara merubahnya mengenai perubahan bentuk $x^{\frac{3}{2}} \rightarrow x\sqrt{x}$. Hal ini menunjukkan bahwa siswa hanya mampu menjawab soal dengan mencontek tahapan pengerjaan seperti pada contoh soal, maka pemahaman siswa tersebut berada ditahap aksi.

2. Proses (*Process*)

Proses ialah struktur mental yang melibatkan imajinasi mengenai perubahan mental atau fisik dari sebuah objek, agar siswa memahami perubahan itu dari dalam dirinya serta mampu mengendalikan proses tersebut. Jika tindakan perubahan dilakukan berulang maka siswa akan

mengerti bahwa proses transformasi bisa dilakukan tanpa menggunakan rangsangan dari luar (Wulandari, 2021). Berikut ini merupakan gambaran tahap proses dari hasil penelitian Yuliana & Ratu (2018), yaitu dapat dilihat pada Gambar 2.3.

Soal: Nomor 2a diketahui $4^4 = \dots$, nomor 2b diketahui $3^{-3} = \dots$, dan nomor 2c diketahui $5^0 = \dots$



Gambar 2. 3 Contoh hasil penelitian yang relevan pada tahap proses

Gambar 2.3 menunjukkan ditahap proses, dilakukan penentuan cara untuk menghitung nilai pemangkatan tertentu dari suatu bilangan berpangkat siswa tersebut tidak dapat memahaminya. Oleh karena itu siswa tersebut tidak dapat mencapai indikator pemahaman teori APOS ditahap proses.

3. Objek (*Object*)

Objek merupakan tahap struktur kognitif dimana siswa mendapatkan pengetahuan mengenai proses-proses transformasi menjadi suatu kesatuan (Syafri, 2017). Menurut Anggreini (2018), Proses-proses terbaru bisa dibentuk atau dikonstruksi dengan cara menyelaraskan proses-proses yang sudah ada. Jika sebuah proses berubah mandiri sehingga bisa diganti dari aksi menjadi objek, maka proses tersebut sudah dienkapsulasi menjadi sebuah objek. Berikut ini gambaran tahap objek dari hasil penelitian Yuliana & Ratu (2018), yaitu dapat dilihat pada Gambar 2.4.

Soal: Nomor 3a diketahui $4^3 \times 4^2 = \dots$, nomor 3b diketahui $5^8 : 5^5 = \dots$, nomor 3c diketahui $(3^2)^3 = \dots$, nomor 3d diketahui $(4 \times 3)^3 = \dots$, dan nomor 3e diketahui $9^{\frac{3}{2}} = \dots$

3) a) $4^3 \times 4^2 = 4^{3+2} = 4^5 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 1024$
 b) $5^8 : 5^5 = 5^{8-5} = 5^3 = 125$
 c) $(3^2)^3 = 3^{2 \times 3} = 3^6 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$
 d) $(4 \times 3)^3 = (4 \times 3)^3 = 4^3 \times 3^3 = 64 \times 27 = 1728$
 e) $9^{\frac{3}{2}} = (9^{\frac{1}{2}})^3 = (\sqrt{9})^3 = \sqrt{9^3} = \sqrt{729} = 27$

Siswa mampu menyelesaikan dengan benar.

Gambar 2. 4 Contoh hasil penelitian yang relevan pada tahap objek

Gambar 2.4 menunjukkan bahwa tercapainya siswa pada tahap aksi, siswa berinteraksi dengan objek dan dapat memberi argumen atau penjabaran mengenai sifat dari bilangan berpangkat. Artinya siswa memenuhi indikator pemahaman berdasarkan teori APOS ditahap objek.

4. Skema (Scheme)

Skema dapat diartikan sebagai himpunan aksi, proses, objek, dan mungkin skema lain yang terkait dengan beberapa prinsip, yang mana membentuk kerangka pikir siswa dalam menyelesaikan persoalan terkait dengan konsep yang sedang dipelajarinya (Sholihah & Mubarak, 2016). Berikut ini merupakan gambaran tahap objek dari hasil penelitian Yuliana & Ratu (2018), yaitu dapat dilihat pada Gambar 2.5.

Soal: Tentukan nilai x dari persamaan $36^{x+2} = \frac{1}{1296}$!

4.) $36^{x+2} = \frac{1}{1296}$
 $6^{2(x+2)} = 6^{-4}$
 $6^{2x+4} = 6^{-4}$
 $2x+4 = -4$
 $2x = -4-4$
 $2x = -8$
 $x = \frac{-8}{2} = -4$

Siswa mampu menyederhanakan dengan benar.

Gambar 2. 5 Contoh hasil penelitian yang relevan pada tahap skema

Gambar 2.5 menunjukkan bahwa pada tahap ini, siswa mampu menyederhanakan kedua sisi persamaan hasilnya kedua sisi memiliki bilangan pokok yang sama serta dapat menyederhanakan bilangan pokok menjadi bentuk pangkat dengan benar. Dalam mencapai nilai x dari hasil pemangkatan bilangan, siswa menggunakan aksi, proses, dan objek untuk membentuk skema lainnya. Artinya siswa mampu memenuhi indikator pemahaman berdasarkan teori APOS ditahap skema.

Keempat tahapan tersebut tersusun secara hierarkis. Hal ini disebabkan setiap tahapan saling berkaitan secara berurutan. Tetapi faktanya ketika mengembangkan pemahaman konsep matematika tidak selalu linear (Anggreini, 2018). Misalnya ketika siswa dihadapkan dengan soal matematika lalu siswa tersebut tidak memulai dari tahap aksi melainkan dari tahap skema sehingga siswa tidak perlu melalui tahap proses atau objek karena proses – proses transformasi sudah terinteriorisasi ke dalam pikirannya. Dari uraian tersebut disimpulkan teori APOS bisa diterapkan dalam pemahaman proses pembelajaran matematika siswa topik turunan fungsi di sekolah menengah atas.

2.1.4. Materi Pembelajaran Turunan Fungsi Aljabar

Diferensial atau turunan pertama fungsi f ialah fungsi lain f' (dibaca “ f aksen”) yang nilainya pada sebarang bilangan x adalah

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}, \text{ jika limitnya ada.}$$

Jika k sebuah konstanta serta u, v merupakan fungsi dari x lalu diturunkan, maka aturan pencarian turunan fungsi aljabar berlaku juga pada topik turunan fungsi trigonometri.

$$\begin{aligned} f(x) = k u &\rightarrow f'(x) = k u' & f(x) = u \cdot v &\rightarrow f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v' \\ f(x) = u + v &\rightarrow f'(x) = u' + v' & f(x) = \frac{u}{v} &\rightarrow f'(x) = \frac{u'v - u v'}{v^2} \\ f(x) = u - v &\rightarrow f'(x) = u' - v' & f(x) = ax^n &\rightarrow f'(x) = n \cdot ax^{n-1} \end{aligned}$$

Jika f dan g keduanya fungsinya bisa diturunkan dan $F = f \circ g$ ialah fungsi komposisi yang diartikan oleh $F = f(g(x))$, maka F bisa diturunkan menjadi F' yang diberikan oleh hasil kali $F'(x) = f'(g(x))g'(x)$

Aturan rantai yakni jika $y = f(u) = u^n$ dengan $u = g(x)$, maka $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$ atau $y' = n \cdot u^{n-1}u'$

Persamaan Garis Singgung Kurva (Rumus : $y - y_1 = m(x - x_1)$)

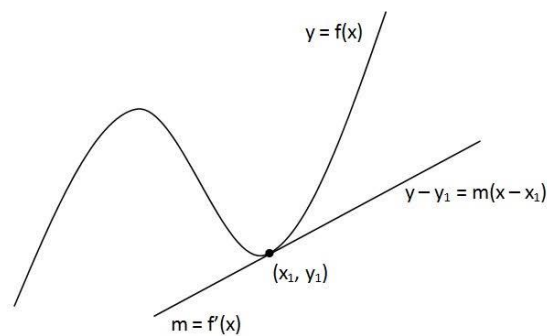
Gradien (Kemiringan) $\rightarrow m = y' = f'(x)$

Sejajar ($m_1 = m_2$) $\rightarrow y = ax + b \rightarrow m = a$

Tegak Lurus $\rightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$

Keterangan : $m_1 = \text{Gradien Kurva}$ dan $m_2 = \text{Gradien Garis}$

Langkah – langkah mencari PGS Kurva : Pertama Cari Gradien nya, kedua Cari Titik Singgung (x_1, y_1) dan ketiga Cari Persamaan garis singgung



Gambar 2. 6 Contoh Grafik Persamaan Garis Singgung

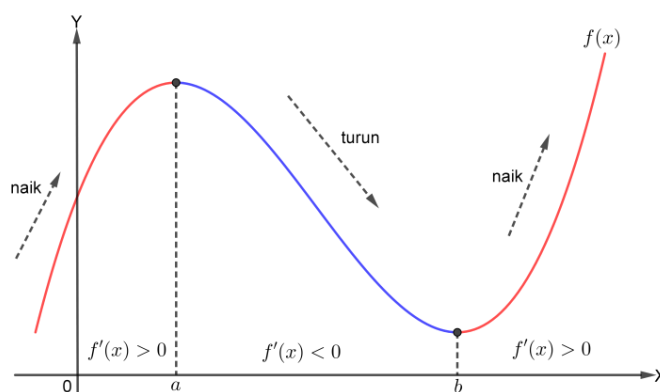
Keterangan : $y = f(x) \rightarrow \text{persamaan fungsi}$, $m \rightarrow \text{gradien}$,
 $(x_1, y_1) \rightarrow \text{Titik Singgung}$ dan $y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow \text{PGS}$

Fungsi Naik $f'(x) > 0$ yakni Jika $f'(x)$ tandanya positif atau $f'(x) > 0$ maka keadaan kurva fungsi naik

Fungsi Turun $f'(x) < 0$ yakni Jika $f'(x)$ tandanya negatif atau $f'(x) < 0$ maka keadaan kurva fungsi turun

Fungsi Diam (Stasioner) $f'(x) = 0$ yakni Jika $f'(x)$ tandanya netral atau $f'(x) = 0$ maka keadaan kurva fungsi tidak naik serta tidak turun atau diam.

Sketsa grafik suatu fungsi $f(x)$



Gambar 2. 7 Contoh Grafik Fungsi Naik, Turun dan Stasioner

Keterangan :

- Warna Merah = Fungsi naik
- Warna Biru = Fungsi Turun
- Titik a dan b = Titik stasioner
- Fungsi $f(x)$ naik saat $x < a$ atau $x > b$
- Fungsi $f(x)$ turun saat $a < x < b$

2.2. Kajian Penelitian Relevan

Penelitian yang dilakukan Ningsih (2016), yang mana penelitian ini bertujuan untuk mengamati kemampuan pemahaman konsep matematika dari mahasiswa kelas 1C Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas PGRI Palembang, pada tahun akademik 2014/2015 yang berjumlah 38 orang,

melalui penerapan Lembar Aktivitas Mahasiswa (LAM) berdasarkan teori APOS pada topik turunan. Data yang diperoleh kemudian dianalisis secara deskriptif kualitatif. Hasil analisis data menunjukkan bahwa rata-rata kemampuan pemahaman konsep matematika mahasiswa melalui penerapan LAM berdasarkan teori APOS pada materi turunan masuk dalam kategori cukup.

Penelitian yang dilakukan oleh Yuliana & Ratu (2018), penelitiannya bertujuan untuk menggambarkan kemampuan pemahaman konsep eksponen berdasarkan teori APOS pada siswa SMA Theresiana Salatiga. Subjek penelitian terdiri dari tiga siswa yang dipilih dari SMA Theresiana Salatiga dengan kategori kemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Hasil penelitiannya yakni subjek yang memiliki kemampuan tinggi dalam eksponen memahami konsep pada tahap aksi, proses, objek, dan skema. Subjek dengan kemampuan sedang memahami pada tahap aksi, objek, dan skema. Sementara subjek dengan kemampuan rendah hanya memahami pada tahap aksi. Meskipun demikian, ketiga subjek menunjukkan pemahaman pada tahap aksi dalam topik eksponen.

Penelitian yang dilakukan oleh Silfia & Pranyata (2021), bertujuan untuk menggambarkan hasil analisis kemampuan pemahaman konsep peserta didik mengenai topik Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel yang didasarkan dari teori APOS. Penelitian ini dilakukan pada tiga peserta didik kelas X di MA Miftahul Huda Kepanjen dimana hasil analisis menunjukkan bahwa siswa dengan kemampuan tinggi mampu mencapai semua tahapan pada APOS. Siswa dengan kemampuan sedang tidak berhasil mencapai tahapan proses. Sementara itu, siswa dengan kemampuan rendah hanya berhasil mencapai tahapan aksi.